

समय : तीन घण्टे

अधिकतम अंक : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें)

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी एवं अंग्रेजी दोनों में छपे हैं।

परीक्षार्थी को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर तीन प्रश्नों के उत्तर दें।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू० सी० ए०) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन करें तथा उनको निर्दिष्ट करें।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

PHYSICS (PAPER-II)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

There are EIGHT questions divided in two Sections and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

स्थिरांक जिनकी आवश्यकता हो सकती है

निर्वात में प्रकाश का वेग (c)	= $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e)	= $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
इलेक्ट्रॉन का आवेश (e)	= $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
इलेक्ट्रॉन का विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m_e}\right)$	= $1.76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$
1 u = 1 a.m.u. = $1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$	= 931.5 MeV
इलेक्ट्रॉन की विरामावस्था द्रव्यमान ऊर्जा ($m_e c^2$)	= 0.5110 MeV
मुक्त आकाश में विद्युत्शीलता (ϵ_0)	= $8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$
मुक्त आकाश की पारगम्यता (μ_0)	= $4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$
गैस स्थिरांक (R)	= $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
बोल्ट्ज़मान स्थिरांक (k_B)	= $1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
प्लांक स्थिरांक (h)	= $6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
(\hbar)	= $1.0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$
बोर मैग्नेटॉन (μ_B)	= $9.274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$
नाभिकीय मैग्नेटॉन (μ_N)	= $5.051 \times 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$
सूक्ष्म संरचना स्थिरांक (α)	= $1/137.03599$
प्रोटॉन का द्रव्यमान (m_p)	= $1.0072766 \text{ u} = 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (m_n)	= $1.0086652 \text{ u} = 1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$
ड्यूटेरॉन का द्रव्यमान (m_d)	= 2.013553 u
α -कण का द्रव्यमान (m_α)	= 4.001506 u
$^{12}_6\text{C}$ का द्रव्यमान	= 12.000000 u
$^{16}_8\text{O}$ का द्रव्यमान	= 15.994915 u
$^{87}_{38}\text{Sr}$ का द्रव्यमान	= 86.999999 u
^4_2He का द्रव्यमान	= 4.002603 u
कक्षीय घूर्णचुम्बकीय अनुपात (g_l)	= 0 (न्यूट्रॉन), 1 (प्रोटॉन)
स्पिन घूर्णचुम्बकीय अनुपात (g_s)	= -3.8260 (न्यूट्रॉन), 5.5856 (प्रोटॉन)

Constants which may be needed

Velocity of light in vacuum (c)	= $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Mass of electron (m_e)	= $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Charge of electron (e)	= $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Specific charge of electron $\left(\frac{e}{m_e}\right)$	= $1.76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$

1 u \equiv 1 a.m.u. = 1.6605×10^{-27} kg	= 931.5 MeV
Rest mass energy of electron ($m_e c^2$)	= 0.5110 MeV
Permittivity in free space (ϵ_0)	= 8.8542×10^{-12} C ² N ⁻¹ m ⁻²
Permeability of free space (μ_0)	= $4\pi \times 10^{-7}$ N A ⁻²
Gas constant (R)	= 8.314 J mol ⁻¹ K ⁻¹
Boltzmann constant (k_B)	= 1.381×10^{-23} J K ⁻¹
Planck constant (h)	= 6.626×10^{-34} J s
(\hbar)	= 1.0546×10^{-34} J s
Bohr magneton (μ_B)	= 9.274×10^{-24} J T ⁻¹
Nuclear magneton (μ_N)	= 5.051×10^{-27} J T ⁻¹
Fine structure constant (α)	= 1/137.03599
Mass of proton (m_p)	= 1.0072766 u = 1.6726×10^{-27} kg
Mass of neutron (m_n)	= 1.0086652 u = 1.6749×10^{-27} kg
Mass of deuteron (m_d)	= 2.013553 u
Mass of α -particle (m_α)	= 4.001506 u
Mass of $^{12}_6\text{C}$	= 12.000000 u
Mass of $^{16}_8\text{O}$	= 15.994915 u
Mass of $^{87}_{38}\text{Sr}$	= 86.999999 u
Mass of ^4_2He	= 4.002603 u
Orbital gyromagnetic ratio (g_l)	= 0 (neutron), 1 (proton)
Spin gyromagnetic ratio (g_s)	= -3.8260 (neutron), 5.5856 (proton)

खण्ड—A / SECTION—A

1. (a) एक कण का तरंग फलन $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-|x|/a}$ के द्वारा दत्त है। परास $-a \leq x \leq a$ में कण के पाए जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

The wave function of a particle is given as $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-|x|/a}$. Find the probability of locating the particle in the range $-a \leq x \leq a$. 10

- (b) एक ऐसे तन्त्र की शून्य-बिन्दु ऊर्जा का परिकलन कीजिए, जिसमें 10^{-3} kg का द्रव्यमान एक नियत बिन्दु से 10^{-1} N के बल से 10^{-2} m तक खिंच जाने वाले स्प्रिंग के द्वारा जुड़ा हुआ हो। तन्त्र केवल एक दिशा में गति के लिए व्यवस्थित है।

Calculate the zero-point energy of a system consisting of a mass of 10^{-3} kg connected to a fixed point by a spring which is stretched by 10^{-2} m by a force of 10^{-1} N. The system is constrained to move only in one direction. 10

(c) सरल आवर्ती दोलक (एक-विमीय) के सामान्य तरंग फलनों का प्रारूप

$$u_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k y^k e^{-y^2/2}$$

है, जहाँ $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$ है, और गुणांकों a_k का निर्धारण पुनरावर्ती सम्बन्धों

$$a_{k+2} = \frac{2(k-n)}{(k+1)(k+2)} a_k$$

से होता है। तदनुसूची ऊर्जा-स्तर $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$ हैं। इन तरंग फलनों की समता की विवेचना कीजिए। यदि

$x \leq 0$ के लिए विभव अनन्त हो जाए (आधा सरल आवर्ती दोलक), तो क्या होगा?

The general wave functions of harmonic oscillator (one-dimensional) are of the form

$$u_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k y^k e^{-y^2/2}$$

with $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$, and coefficients a_k are determined by recurrence relations

$$a_{k+2} = \frac{2(k-n)}{(k+1)(k+2)} a_k$$

Corresponding energy levels are $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$. Discuss the parity of these

wave functions. What happens, if the potential for $x \leq 0$ is infinite (half harmonic oscillator)?

10

(d) नाभिकीय पुरस्सरण क्या है? एन० एम० आर० के कार्यकरण के सिद्धान्त में इसका किस प्रकार इस्तेमाल किया जाता है?

What is nuclear precession? How is it used in the principle of working of an NMR?

10

(e) निम्नतम अवस्था में Li^{++} के लिए इलेक्ट्रॉन कक्षा की त्रिज्या का परिकलन कीजिए।

Calculate the radius of electron orbit for Li^{++} in ground state.

10

2. (a) हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम अवस्था का तरंग फलन

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

है, जहाँ a_0 बोर त्रिज्या है। पार्थक्य दूरी r के फलन के रूप में प्रायिकता घनत्व और तरंग फलन का रेखाचित्र बनाइए। निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन के बोर त्रिज्या के बाहर पाए जाने की प्रायिकता का परिकलन कीजिए।

The ground state wave function for hydrogen atom is

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

where a_0 is the Bohr radius. Sketch the wave function and the probability density as a function of the separation distance r . Calculate the probability that the electron in the ground state is found beyond the Bohr radius.

20

(b) निम्नलिखित सर्वसमिकाओं को सिद्ध कीजिए :

(i) $[\hat{p}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{p}_z$

(ii) $e^{i(\hat{\sigma} \cdot \hat{n})\theta} = \cos\theta + i(\hat{\sigma} \cdot \hat{n})\sin\theta$

Prove the following identities :

(i) $[\hat{p}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{p}_z$

(ii) $e^{i(\hat{\sigma} \cdot \hat{n})\theta} = \cos\theta + i(\hat{\sigma} \cdot \hat{n})\sin\theta$

7

8

(c) निम्नलिखित में से कौन-सा/से फलन श्रोडिन्गर समीकरण का/के ग्राह्य हल है/हैं?

(i) $\psi(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx}$

(ii) $\psi(x) = A e^{-kx} + B e^{kx}$

(iii) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \cos 5kx$

(iv) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \sin 5kx$

(v) $\psi(x) = A \tan kx$

अपने उत्तर को समझाइए।

Which of the following functions is/are acceptable solution(s) of the Schrödinger equation?

(i) $\psi(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx}$

(ii) $\psi(x) = A e^{-kx} + B e^{kx}$

(iii) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \cos 5kx$

(iv) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \sin 5kx$

(v) $\psi(x) = A \tan kx$

Explain your answer.

15

3. (a) ऊर्जा 9 eV का एक कणकिरणपुंज 8 eV ऊँचे विभव सोपान पर बाईं ओर से आपतित होता है। कणों की कितनी प्रतिशतता परावर्तित होगी?

A beam of particles of energy 9 eV is incident on a potential step 8 eV high from the left. What percentage of particles will reflect back?

15

(b) दर्शाइए कि मुक्त इलेक्ट्रॉन गैस में त्रिविमीय (3D) ऊर्जा-स्तर घनत्व $E^{1/2}$ के अनुसार परिवर्तित होता है, तथा यह निर्भरता क्वान्टम कुआँ (2D) के लिए E^0 , क्वान्टम तार (1D) के लिए $E^{-1/2}$ और क्वान्टम डॉट (0D) के लिए δ फलन होती है।

Show that for free electron gas, the density of states in three dimensions (3D) varies as $E^{1/2}$, and this dependence changes to E^0 for 2D (quantum well), $E^{-1/2}$ for 1D (quantum wire) and δ function for 0D (quantum dot).

15

(c) परमाण्वीय स्पेक्ट्रमिकी में L-S और J-J युग्मन के महत्त्व का वर्णन कीजिए। इनके विद्यमान होने के प्रायोगिक साक्ष्य क्या हैं?

Describe the importance of L-S and J-J coupling in atomic spectroscopy. What are experimental evidences of their existence?

20

4. (a) ज़ेमान प्रभाव क्या है? लारमोर आवृत्ति जिन कारकों पर निर्भर करती है उनकी विवेचना कीजिए।
What is Zeeman effect? Discuss the factors on which Larmor frequency is dependent. 15
- (b) हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की सूक्ष्म संरचना पर चर्चा कीजिए। खगोलीय प्रेक्षणों में यह किस प्रकार महत्वपूर्ण होती है?
Discuss the fine structure of hydrogen spectrum. How is it of importance in the astronomical observations? 15
- (c) द्विपरमाणुक अणुओं के घूर्णनी और कम्पनिक स्पेक्ट्रमों के सिद्धान्त पर चर्चा कीजिए। प्रतिदीप्ति और स्फुरदीप्ति में क्या अन्तर है?
Discuss the theory of rotational and vibrational spectra of diatomic molecules. What is the difference between fluorescence and phosphorescence? 20

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) नाभिकीय बल 140 MeV विश्राम संहति के π -मेसॉनों के विनिमय द्वारा समामेलित होते हैं। नाभिकीय बलों के परास का प्राकलन कीजिए।
Nuclear forces are mediated by exchange of π -mesons of rest mass 140 MeV. Estimate the range of nuclear forces. 10
- (b) ${}_6\text{C}^{13}$ परमाणु के ${}_7\text{N}^{13}$ परमाणु में क्षय होने पर निर्मुक्त पॉज़िट्रॉन (e^+) की अधिकतम ऊर्जा 1.202 MeV है। यदि ${}_6\text{C}^{13}$ परमाणु की संहति 13.003354 u है, तो ${}_7\text{N}^{13}$ परमाणु की संहति का परिकलन कीजिए।
The maximum energy of a positron (e^+) released in the decay of ${}_6\text{C}^{13}$ atom into a ${}_7\text{N}^{13}$ atom is 1.202 MeV. If the mass of the ${}_6\text{C}^{13}$ atom is 13.003354 u, calculate the mass of the ${}_7\text{N}^{13}$ atom. 10
- (c) विभिन्न संरक्षण नियमों के अधीन निम्नलिखित में से कौन-सी मूल कण अभिक्रियाएँ/क्षय अनुमत्य हैं? यदि अनुमत्य हैं, तो अन्योन्यक्रिया का प्रकार और इसके आगे बढ़ने का लाक्षणिक समय लिखिए :
Which of the following elementary particle reactions/decays are allowed under various conservation laws? If allowed, write down the type of interaction and the characteristic time by which it would proceed :
- (i) $p+n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$
(ii) $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$
(iii) $p+n \rightarrow K^+ + \Sigma^+$
(iv) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
(v) $\bar{n} \rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu_e$
- (i) $p+n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$
(ii) $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$
(iii) $p+n \rightarrow K^+ + \Sigma^+$
(iv) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
(v) $\bar{n} \rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu_e$ 10

- (d) एफ० सी० सी० और एच० सी० पी० संरचनाओं के लिए परमाण्वीय संकुलन गुणांक (ए० पी० एफ०) का परिकलन कीजिए और दर्शाइए कि ये संरचनाएँ सबसे अधिक सुसंकुलित हैं।

Calculate Atomic Packing Fraction (APF) for FCC and HCP structures, and show that these are the most closely packed structures. 10

- (e) X-किरण विवर्तन के लिए ब्रैग विवर्तन नियम को व्युत्पन्न कीजिए। क्रिस्टल संरचना निर्धारण के लिए लाउए और डिबाई-शेरर विधियों की तुलना कीजिए।

Derive Bragg diffraction law for X-ray diffraction. Compare Laue and Debye-Scherrer methods for crystal structure determination. 10

6. (a) यह मानते हुए कि न्यूट्रॉन-प्रोटॉन अन्वोन्यक्रिया का वर्ग कूप प्रारूप है

$$V(r) = -V_0, \quad r \leq b \text{ के लिए} \\ = 0, \quad r > b \text{ के लिए}$$

ड्यूट्रॉन नाभिक की निम्नतम अवस्था का तरंग फलन

$$\psi(r) = A \sin kr, \quad r \leq b \text{ के लिए} \\ = Ce^{-\gamma r}, \quad r > b \text{ के लिए}$$

के रूप में दिया गया है, जहाँ $k = \sqrt{\frac{M}{\hbar^2}(V_0 + W)}$ और $\gamma = \sqrt{\frac{MW}{\hbar^2}}$.

यहाँ M न्यूक्लिऑन संहति, W ड्यूट्रॉन की बंधन ऊर्जा और A तथा C नियतांक हैं।

- (i) दर्शाइए कि ड्यूट्रॉन की मात्र बद्ध अवस्था के लिए

$$V_0 b^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{4M}$$

- (ii) समझाइए कि ड्यूट्रॉन किस कारण एक शिथिल बद्ध विस्तारित संरचना है।

Assuming that the neutron-proton interaction has a square well form

$$V(r) = -V_0 \quad \text{for } r \leq b \\ = 0 \quad \text{for } r > b$$

the ground state wave function of deuteron nucleus is given as

$$\psi(r) = A \sin kr \quad \text{for } r \leq b \\ = Ce^{-\gamma r} \quad \text{for } r > b$$

where $k = \sqrt{\frac{M}{\hbar^2}(V_0 + W)}$ and $\gamma = \sqrt{\frac{MW}{\hbar^2}}$.

Here M is the nucleon mass, W is the binding energy of deuteron and A and C are constants.

- (i) Show that for a just bound state of deuteron

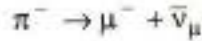
$$V_0 b^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{4M}$$

10

- (ii) Explain why deuteron is a loosely bound extended structure.

10

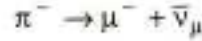
(b) एक π^- -मेसॉन विश्राम अवस्था में क्षयित होकर एक μ^- -मेसॉन



में बदल जाता है :

अभिक्रिया में उत्सर्जित μ^- -मेसॉन की गतिज ऊर्जा का परिकलन कीजिए।

A π^- -meson at rest decays into a μ^- -meson :



Calculate the kinetic energy of the μ^- -meson emitted in the reaction. 15

(c) नाभिकों के लिए अर्ध-आनुभविक द्रव्यमान सूत्र लिखिए और इसके आधार पर सम और विषम समभारिकों के लिए द्रव्यमान परवलयों के रेखाचित्र बनाइए। प्रत्येक दशा में सबसे ज्यादा स्थायी समभारिक क्या होगा?

Write the semi-empirical mass formula for nuclei and on its basis draw mass parabolas for odd and even isobars. What would be the most stable isobar in each case? 15

7. (a) संवृत क्रोड के बाहर एक न्यूक्लिऑन वाले एक नाभिक के चुम्बकीय आघूर्ण के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए। इसका उपयोग कर ${}_8\text{O}^{17}$ नाभिक के चुम्बकीय आघूर्ण का परिकलन कीजिए।

Obtain an expression for the magnetic moment of a nucleus having one nucleon outside the closed core. Use this to calculate the magnetic moment of ${}_8\text{O}^{17}$ nucleus. 20

(b) डिबाई मॉडल में जालक विशिष्ट ऊष्मा के लिए एक व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। इसकी अल्प तापक्रम सीमा (डिबाई T^3 नियम) ज्ञात कीजिए।

Derive an expression for lattice specific heat in Debye model. Find its low temperature limit (Debye T^3 law). 15

(c) नैज और अपद्रव्यी अर्धचालक क्या होते हैं? दर्शाइए कि नैज अर्धचालकों में फर्मी तल, चालन बैंड के अधस्तल और संयोजकता बैंड के शीर्ष के बिल्कुल बीच में रहता है।

What are intrinsic and extrinsic semiconductors? Show that in the intrinsic semiconductors, Fermi level lies exactly in the middle of bottom of conduction band and top of valence band. 15

8. (a) प्रकार I और प्रकार II अतिचालक क्या होते हैं? उदाहरण दीजिए। प्रकार I और प्रकार II अतिचालकों के लिए माइस्नर प्रभाव और पूर्ण प्रतिचुम्बकीय बर्ताव पर चर्चा कीजिए और उनकी तुलना कीजिए।

What are type I and type II superconductors? Give examples. Discuss and compare Meissner effect and perfect diamagnetic behaviour for type I and type II superconductors. 20

(b) सक्रियात्मक प्रवर्धक क्या होते हैं? इन्हें प्रेरक की तरह कैसे इस्तेमाल किया जा सकता है? इसे गणितानुसार सिद्ध कीजिए।

What are operational amplifiers? How can it be used as an inductor? Prove it mathematically. 15

(c) रूपरेखा चित्र से एक माइक्रोप्रोसेसर सिस्टम की कार्यप्रणाली का वर्णन कीजिए। एक पाइपलाइन्ड प्रोसेसर में इसका निष्पादन किस तरह प्रभावित होता है?

Describe the working of a microprocessor system in block diagram. How is its performance affected in a pipelined processor? 15
